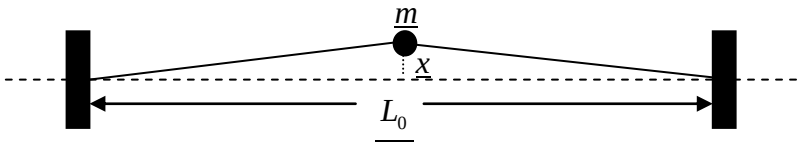
โจทย์รวม

1. มวลเบา m ยึดติดกับเชือกเบายาว L_0 (ปลายอีกด้านของแต่ละเส้นยึดไว้) โดยขณะเส้นเชือกอยู่ในแนวราบมีแรงตึง T_0 เท่ากันตลอด ดังแสดงในรูป



ถ้าออกแรงทำให้มวลสั่นตามขวางเล็กน้อยด้วยการขจัด x จากตำแหน่งสมดุล จงแสดงว่ามวล m จะสั่นแบบ S.H.M. ด้วยความถี่เชิงมุม ω ดังสมการ

$$\omega = \sqrt{\frac{4T_0}{mL_0}}$$

2. พิจารณาระบบการสั่น 2 ระบบ ซึ่งสั่นแบบ S.H.M. ในทิศทางตั้งฉากกัน โดยสั่นในแนวแกน x และในแนวแกน y ตามลำดับ ในแต่ละระบบ จะสั่นด้วยความถี่ ω เท่ากัน โดยมีการขจัดของการสั่นในแต่ละแนวแกนเป็นไปตามสมการ

$$x = a\sin\omega t \quad \text{และ} \quad y = a\cos\omega t \quad \text{ตามลำดับ}$$

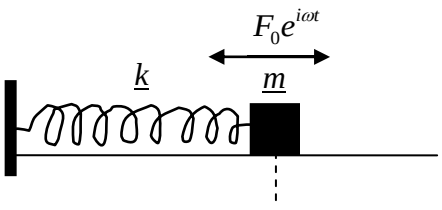
เมื่อ a เป็นอัมปลิจูดของระบบการสั่นทั้งสองแกน จงแสดงว่าระบบมีเฟสเริ่มต้นของการสั่นเท่ากันระบบการสั่นรวมจะสั่นแบบวงกลม

3. ในการเคลื่อนที่ของมวล m ที่ยึดติดกับสปริงที่มีค่าคงที่เป็น k มีค่าคงที่ของแรงต้านการเคลื่อนที่เป็น γ ที่เวลา t ใดๆ มีการขจัด x(t) ในการเคลื่อนที่เป็น

$$x(t) = Ce^{-\frac{\gamma t}{2m} \pm t\sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}}$$

เมื่อ C เป็นค่าคงที่ เงื่อนไขที่ทำให้เกิด small damping คืออะไร จงเขียนกราฟคร่าวๆเพื่ออธิบายลักษณะของการเคลื่อนที่ของมวล m

4. พิจารณาระบบมวล m ยึดติดกับสปริงที่มีค่าคงที่สปริงเป็น k และมีอัตราส่วนของแรงต้านการสั่นต่ออัตราเร็วของการสั่นเท่ากับ γ ดังแสดงในรูป



ในขณะที่มีการสั่น มีแรงมากระทำต่อระบบด้วยแรงขนาด $F = F_0 e^{i\omega t}$ เมื่อเวลาผ่านไปนานๆ (steady state) ทำให้ระบบสั่นด้วยความถี่ ω จากระบบดังกล่าว เราจะได้สมการการเคลื่อนที่ของมวล m เป็น

$$m\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx = F_0 e^{i\omega t}$$

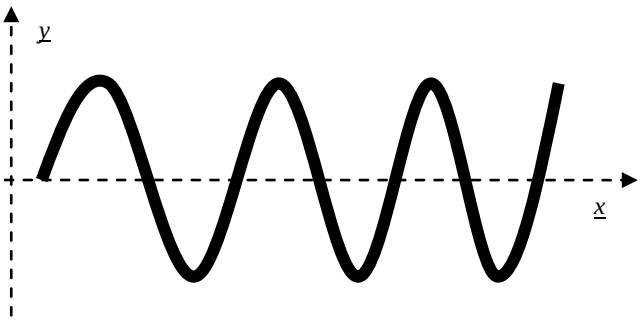
จงแสดงว่า การขจัดเชิงเวกเตอร์ $\vec{x}$ เขียนได้เป็น

$$\vec{x} = -\frac{iF_0}{\omega Z_m} e^{i(\omega t - \phi)}$$

โดยที่ ϕ เป็นความต่างเฟสระหว่างแรง กับ ความเร็ว $i = \sqrt{-1}$ และ

$$Z_m = \left[\gamma^2 + \left(\omega m - \frac{k}{\omega} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

5. พิจารณาการเกิดคลื่นตามขวางในเส้นเชือก ดังรูป



โดยที่เชือกสั่นตามแกน y และคลื่นเคลื่อนที่ไปตามแกน x กำหนดให้เชือกมีความหนาแน่นแบบเชิงเส้นคงที่ จงแสดงว่าในช่วงเวลา t ใดๆสมการคลื่นในเส้นเชือกดังกล่าว คือ

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

เมื่อ c คือ ความเร็วของคลื่น

6. พิจารณาการเคลื่อนที่ของคลื่นตามขวางในตัวกลางที่ 1 ที่มีค่า Impedance ป็น Z_1 เคลื่อนที่เข้าไปในตัวกลางที่ 2 ที่มีค่า Impedance ป็น Z_2 ทำให้เกิดการสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่น จงหาค่าสัมประสิทธิ์ของการสะท้อน (R) และสัมประสิทธิ์ของการส่งผ่าน (T) ของคลื่นในเทอมของค่า Z_1 และ Z_2

ชื่อ-สกุล ..... รหัสประจำตัว .....

7. พิจารณาการเกิดคลื่นนิ่งจำนวน n ลูป ในเส้นเชือกมวล m มีการขจัดของเชือก $y_n(x,t)$ ที่ระยะ x ขณะเวลา t ใดๆ เขียนเป็น

$$y_n(x,t) = \left(A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t\right) \sin \frac{\omega_n x}{c}$$

เมื่อ A_n และ B_n คือ อัมปลิจูดซึ่งมีค่าคงที่ และ ω_n คือ ความถี่ของการสั่นขณะเกิดคลื่นนิ่ง n ลูป จงแสดงว่าพลังงานรวมของการสั่น E_n เขียนได้เป็น

$$E_n = \frac{1}{4} m\omega_n^2 \left(A_n^2 + B_n^2\right)$$

8. จงอธิบาย พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
   8.1 ความเร็วอนุภาค
   8.2 ความเร็วเฟส
   8.3 ความเร็วกลุ่ม
   8.4 คลื่นตามขวาง
   8.5 คลื่นตามยาว
   8.6 คลื่นกล
   8.7 คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า
   8.8 การเคลื่อนที่แบบ S.H.M.

9. เมื่อมีคลื่นตามขวางเคลื่อนที่เข้าไปในชุดอะตอม 2 ชนิด มวล m_1 และ m_2 ที่วางเรียงสลับกันในผลึกไอออน ในแนวแกน x ดังรูป โดยทุกอะตอมที่อยู่ใกล้กันมีจุดศูนย์กลางมวลห่างกัน a มีแรงยืดหยุ่นระหว่างกันเป็น T ถ้ามวลของอะตอมขนาดเล็ก (m_1) วางอยู่ที่ตำแหน่งเลขคู่ (2r) และมวลของอะตอมขนาดใหญ่ (m_2) วางอยู่ที่ตำแหน่งเลขคี่ (2r+1) โดยที่ r = 1,2,3, ... และ $y_n(x,t)$ คือ การขจัดของมวลต่างๆที่ตำแหน่ง n **จงหาสมการและความถี่ของการสั่น**ของมวลทั้งสอง